

Pädagogische Hochschule Weingarten

Mathematik

Mündliche Prüfung

Vorschläge für Prüfungsfragen - Grundstudium

Gesammelt u. ausgearbeitet
von

Thomas Ackermann

1. Fachwissenschaftliche Grundveranstaltungen

1.1 Arithmetik

1. Erklären Sie den Begriff der Menge nach Cantor? Warum ist dies keine Definition? Was versteht man unter der Schnitt-, Vereinigungs-, Teil- und Restmenge? Geben Sie Beispiele dazu. Wie lassen sich Mengen darstellen? Wann sind zwei Mengen gleichmächtig?
2. Erläutern Sie den kardinalen Zugang zu den natürlichen Zahlen. Welchen weiteren Zugang kennen Sie noch? Was ist ein Axiom? Wie lautet das Induktionsaxiom? Welches Beweisverfahren stützt sich wesentlich auf das Induktionsaxiom? Erläutern Sie das Beweisverfahren der vollständigen Induktion an einem selbst gewählten Beispiel.
3. 'Hand-shaking' Problem: In der Vorlesung sind n Studenten und ein Dozent. Zu Beginn einer Veranstaltung schüttelt jeder jedem die Hand. Wie viel mal wurden insgesamt Hände geschüttelt? Berechnen Sie die Anzahl durch geschicktes Abzählen.
4. Was versteht man unter Rechenoperationen: 1. Stufe, 2. Stufe und 3. Stufe? Geben Sie dazu jeweils ein Beispiel. Wie lassen sich das Assoziativgesetz der Addition (Multiplikation) veranschaulichen? Erläutern Sie die Grundvorstellungen zur Division..
5. Was bedeutet " a teilt b " ? Wie lautet der Satz von der Division mit Rest? Geben Sie die Teilmengen zu 6, 9, 12, 15, 16. Was beobachten Sie? Was versteht man unter komplementären Teilern einer Zahl a ? Was können Sie über die Anzahl der Teiler einer Zahl sagen? Veranschaulichen Sie die Reflexivität, Antisymmetrie und die Transitivität der Teilerrelation an einem selbst gewählten Beispiel. Wie erstellt man das Hasse-Diagramm einer Zahl a ? Konkret: $a=60$.
6. Berechnen Sie den $\text{ggT}(a,b)$ für $a=\dots$, $b=\dots$ mit dem Eukl. Algorithmus? Wie lässt sich der ggT noch bestimmen? Was könnte man unter dem ggT dreier Zahlen a , b , c verstehen? dreier Zahlen?
7. Formulieren Sie Kommutativ- und Assoziativgesetz der Addition und der Multiplikation sowie das Distributivgesetz.
8. Was ist die Transitivität der Teilbarkeitsrelation?
9. Formulieren Sie die Produkt- und die Summenregel der Teilbarkeitsrelation. Skizzieren Sie jeweils den Beweis.
10. Was besagt der Hauptsatz der elementaren Zahlentheorie?
11. Nennen Sie den Satz von Euklid. Skizzieren Sie den Beweis des Satzes.
12. Was versteht man unter Primfaktorzerlegung?
13. Beschreiben Sie das Sieb des Eratosthenes (Funktionsweise, Bedeutung).

14. Was ist eine Mersenne'sche Primzahl?
15. Was sind $\text{ggT}(a,b)$ und $\text{kgV}(a,b)$? Bestimmen Sie den $\text{ggT}(57,64)$ mit dem Euklidischen Algorithmus. Formulieren Sie einen Zusammenhang zwischen $\text{ggT}(a,b)$ und $\text{kgV}(a,b)$.
16. Rechnen Sie $a = 19$ ins Dualsystem um.
17. Nennen Sie die wichtigsten Rechenregeln für Potenzen (gleiche Basis, gleicher Exponent).
18. Nennen Sie die wichtigsten Rechenregeln für Logarithmen ($\log a \cdot b = \log a + \log b$, $\log a^b = b \cdot \log a$).

1.2 Einführung in die Geometrie

1. Nennen Sie einige Grundkonstruktionen mit Zirkel und Lineal. Führen Sie (Halbieren von Winkel, Mittelsenkrechte einer Strecke, Lotgerade zu einer gegebenen Geraden durch einen gegebenen Punkt, Parallele zu geg. Geraden durch geg. Punkt, Teilung einer Strecke, Tangente an einen Kreis bei geg. Berührungspunkt) ... nur mit Zirkel und Lineal durch.
2. Was versteht man unter Stufenwinkel, Wechselwinkel ?. Was können Sie über Stufen- bzw. Wechselwinkel an parallelen Geraden aussagen?
3. Winkel am Dreieck: Formulieren und beweisen Sie den Satz von der Innenwinkelsumme, Der Summe der Außenwinkel (= 360°), ... den Außenwinkelsatz („In jedem Dreieck ist das Maß eines Außenwinkels gleich der Summe der Maße der nicht anliegenden Innenwinkel“).
4. Welche Typen von Dreiecken kennen Sie? (spitzwinklig, rechtwinklig, stumpfwinklig, gleichschenkelig, gleichseitig). Welche Kombinationen dieser Eigenschaften sind möglich?
5. Konstruieren Sie ein Dreieck, z.B. aus einer Seite und 2 Winkeln (2Fälle: a) einer Seite und 2 anliegende Winkel, b) einer Seite, ein anliegender und ein Gegenwinkel). Wie lauten die Kongruenzsätze ?
6. Besondere Linien und Punkte im Dreieck: Konstruieren Sie Umkreis, Inkreis, Ankreis eines Dreiecks. Beweisen Sie den Höhengsatz, den Satz vom Schwerpunkt.
7. Beweisen Sie: Die Verbindung der Mittelpunkte zweier Seiten ist parallel zu 3. Seite und halb so lang wie diese. Konstruieren Sie zu einem gegebenen Dreieck das Mittendreieck.

8. Wie erhält man die Eulergerade eines Dreiecks ? Wozu ist die Eulergerade gut ? („Genauigkeitstest“).
9. Was versteht man unter dem Feuerbachkreis,? Welche Punkte liegen auf diesem? Wie können Sie den Feuerbachkreis mit möglichst wenig Konstruktionsschritten konstruieren ? (Umkreis des Mitteleuerbachndreiecks).
10. Wie lautet der Satz des Thales? Wie seine Umkehrung? Wozu ist der Satz des Thales bzw. seine Umkehrung gut? Skizzieren Sie die Beweise der jeweiligen Sätze.
11. Lässt sich der Satz des Thales bzw. seine Umkehrung verallgemeinern? (Umfangwinkelsatz).
12. Konstruieren Sie: Ein rechtwinkliges Dreieck mit Hypothenusenlänge 9cm und Höhe 1,5cm. (mit S. d. Th.)
13. Konstruieren Sie: Ein Dreieck mit Seite $c=9\text{cm}$, Höhe $h_c=1,5\text{cm}$ und $\gamma=130^\circ$. (mit S. v. Umfw.)
14. Wann sind zwei Figuren zerlegungsgleich? Wie lautet das Prinzip der Zerlegungsgleichheit ? Geben Sie ein Beispiel für zerlegungsgleiche Figuren.
15. Wann sind zwei Figuren ergänzungsgleich? Wie lautet das Prinzip der Ergänzungsgleichheit ? Geben Sie ein Beispiel für ergänzungsgleiche Figuren.
16. Welche Sätze gehören zur Satzgruppe des Pythagoras? Geben Sie ein Beispiel für einen Zerlegungsbeweis ... ,Ergänzungsbeweis (muss jeweils vom Prüfer durch entspr. Material vorbereitet sein)... , ...algebraischen Beweis des Satzes von Pythagoras. Formulieren Sie die Umkehrung von Katheten- und Höhensatz. Wie lassen sich Katheten- bzw. Höhensatz anwenden? Welche Verallgemeinerungen des Satzes von Pythagoras kennen Sie?
17. In welchem Zusammenhang stehen Kreisumfang und Kreisdurchmesser? Wie Sie können Sie π bestimmen?
18. Wie lautet die Formel für den Flächeninhalt des Trapezes? Wie kann man diese Formel herleiten? Warum behandelt man diese Formel im Unterricht, wo doch kaum ein Mensch diese Formel braucht?
19. Wie lautet die Formel für Kreisumfang (Kreisinhalt, Kugeloberfläche, Kugelvolumen usw.) Wie kann man diese Formel veranschaulichen, bzw. eventuell herleiten? Warum behandelt man diese Formel im Unterricht?
20. Erläutern Sie den Zusammenhang zwischen den Gebieten Zentrische Streckung, Strahlensätze, Ähnlichkeitssätze.

1.3 Elementare Funktionen

1. Zum Funktionsbegriff: Was versteht man unter einer Funktion? Welche wesentlichen Eigenschaften gehen in diese Definition ein? (Totalität u. Eindeutigkeit) Wie lassen sich Funktionen darstellen? Geben Sie Beispiele. Ist $f(x)=\sqrt{x}$ für x reell eine Funktion?
2. Wann nennt man eine Funktion injektiv, surjektiv und bijektiv? Veranschaulichen Sie die Begriffe am Pfeildiagramm.
3. Berechnen Sie den Funktionswert der Funktion an der Stelle $x= \dots\dots$.
4. Kann man mit Funktionen rechnen? (Summe, Differenz, Produkt, Quotient) Was zu beachten? Bilden Sie die Verkettung der Funktionen und
.
5. Skizzieren Sie eine Parabel mit Scheitel im 3. Quadranten und geben Sie die zugehörige Funktionsgleichung $y=f(x)$ an.
6. Geben Sie die Geradengleichung der Gerade durch die beiden Punkte $A=(-1;2)$ und $B=(4;-1)$ an (lineare Funktion, $y = -0,6x + 1,4$).
7. Was versteht man unter einer proportionalen Funktion? Welche Eigenschaften hat eine proportionale Funktion? Geben Sie Anwendungsbeispiele.
8. Skizzieren Sie die Graphen der Funktionen $\sin x$, $2 \sin x$, $\sin 2x$, $\sin (x+2)$, $\sin x + 2$. Wie gehen sie aus dem Graphen von $\sin x$ hervor. Ziehen Sie Analogien zur Quadratfunktion.
9. Wie sind die trigonometrischen Funktionen definiert? Skizzieren Sie Anwendungsbeispiele.
10. Welche Klassifikationsmöglichkeiten von Funktionen kennen Sie. Erläutern Sie diese an Beispielen?
11. Nennen Sie die Darstellungsformen für Funktionen und erläutern Sie diese an Beispielen.
12. Welche Arten von Gleichungen hinsichtlich ihrer Lösungsmenge kennen Sie?
13. Was ist unter einer Äquivalenzumformung zu verstehen?
14. Welche Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme für 2 Variablen kennen Sie? Warum müssen diese ausnahmslos behandelt werden?
15. Wie kann man lineare Gleichungssysteme für 2 Variablen geometrisch veranschaulichen, und welche Fälle sind dabei zu beachten?

1.4 Allgemein

1. Sie würfeln fünfmal hintereinander eine Sechs. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Sie auch im sechsten Wurf eine 6 würfeln?

2. Didaktische Grundveranstaltungen

2.1 Didaktik der Algebra

1. Skizzieren Sie kurz den Funktionenstrang in Mathematikunterricht der Realschule.
2. Welche großen Bereiche werden im Algebraunterricht der Sekundarstufe behandelt
3. Zeigen Sie die Eigenschaften der direkten Proportionalität auf.
4. Geben Sie ein Anwendungsbeispiel für die lineare Funktion an.
5. Wie lautet die Normalform der quadratischen Funktion? Skizzieren Sie eine Parabel, die ihren Scheitel im vierten Quadranten und einen positiven y-Achsenabschnitt hat. Was lässt sich über die Parameter a, b und c aussagen?
6. Welches sind typische Fehler beim Bruchrechnen? Wie kann man die Hauptnennerbildung veranschaulichen?
7. Welche methodischen Modelle für das Lösen linearer Gleichungen kennen Sie?
8. Erläutern und konkretisieren Sie die Begriffe :Termdefinition, Termdarstellung, Termstruktur, Termumformung, Termersetzung, Termgleichheit, Termverknüpfung.
9. Nennen Sie die Grundaufgaben bei der Behandlung von Funktionen und erläutern Sie diese an Beispielen.
10. Welche Auffassungen von Gleichungen kennen Sie?
11. Welche Gleichungen lassen sich mit der Operatormethode lösen?

12. Welche methodischen Modelle für das Lösen linearer Gleichungen kennen Sie?
13. Geben Sie einen Längsschnitt durch die Gleichungslehre in der SI.
14. Geben Sie einen Längsschnitt durch die Funktionslehre in der SI.
15. Wie würden Sie die Behandlung der linearen Funktion gliedern?
16. Wie würden Sie die Behandlung der quadratischen Funktion gliedern?
17. Was sind Objekte der Schulalgebra?
18. Was versteht man unter dem EIS-Prinzip. Geben Sie Beispiele.
19. Was versteht man unter den operativen Prinzipien? Geben Sie Beispiele.

2.2 Didaktik der Geometrie

1. Wie erklärt man die Flächeninhaltsformel für ein Rechteck?
2. Welche großen Gebiete werden im Geometrieunterricht behandelt?
3. Leiten die Trapezflächeninhaltsformel auf drei unterschiedlichen Niveaustufen her? EIS-Prinzip?
4. Formulieren sie den Satz des Thales. Formulieren Sie die Umkehrung.
5. Formulieren Sie den Satz des Pythagoras. Geben Sie Beweise auf den drei Niveaustufen von Bruner an.

2.2 Didaktik 1

1. Skizzieren Sie die Zahlbegriffsentwicklung beim Kind aus heutiger Sicht?
2. Beschreiben Sie aktiv-entdeckenden Unterricht an Hand eines Beispiels.
3. Wozu kann das Distributivgesetz in der Grundschule verwendet werden?
4. Was ist ein Hunderterfeld? Wozu dient es?

5. Zeigen Sie anhand geeigneter Beispiele die Grundvorstellungen der Addition, ... Subtraktion, Multiplikation, Division auf. Wie lassen sich diese im Unterricht jeweils einsetzen?
6. Welche Zahlaspekte gibt es, mit Beispielen und Einsatzmöglichkeiten im MU
7. Erklären Sie das EIS-Prinzip . (=> Begriffe E-I-S klären, Hintergrundtheorie klären, Beispiel)
8. Was sind didaktische Prinzipien? Nennen Sie Beispiele und Einsatzmöglichkeiten im MU.
9. Erklären Sie die Begriffe intermodaler bzw. intramodaler Transfer. Nennen Sie jeweils Beispiele.
10. Nennen Sie verschiedene Übungsformen mit Beispiel. Was spricht jeweils für, was gegen diese Übungsform?
11. Welche Möglichkeiten, einen gegebenen Begriff in der GS/HS einzuführen, kennen Sie?
12. Stellen Sie Zahlenstrahl und Zahlenstrich gegenüber und vergleichen Sie die jeweiligen Möglichkeiten des Einsatzes im Unterricht der GS/HS.

2.2 Allgemein

1. Welche Computerwerkzeuge für den Mathematikunterricht kennen Sie? Wo können diese in Unterricht eingesetzt werden? Nennen Sie Beispiele. Wie beurteilen Sie diesen Einsatz?